

CONTROL ÓPTIMO APLICADO A LA ECONOMÍA DE LOS RECURSOS MINERALES

Optimal Control Applied to the Economy of Mineral Resources

Ramón Valdivia Alcalá^{1‡}, Marco Andrés López Santiago², José Luis Romo Lozano³ y
Manuel Sandoval Villa⁴

RESUMEN

Esta investigación muestra los resultados de la determinación del sendero óptimo de extracción en una mina de arena. Para la realización del presente trabajo se utilizó el método de control óptimo en tiempo discreto. Con la utilización de este método se concluye que la ruta óptima depende principalmente de las tasas de interés, la cantidad del mineral almacenado disponible, y el periodo de explotación. La tasa de interés es la variable que más afecta a la ruta óptima de extracción pues impacta directamente a las cantidades extraídas anualmente.

Palabras clave: *sendero de extracción óptima, control óptimo, tasa de interés.*

SUMMARY

This study shows the results about the determination of the optimal path to mineral extraction. The path for optimal extraction, an optimal control in discrete time method was used. By using this method we concluded that the optimal extraction path depends primarily upon the interest rate, the available amounts of stored mineral, and the period of exploitation. The variable that more affects to the extraction optimal path is the interest rate, thus impacting directly the quantities annually extracted.

¹ División de Ciencias Económico-Administrativas (DICEA),
² Estudiante del Programa de Doctorado en Ciencias en Economía Agrícola (DICEA), ³ División de Ciencias Forestales (DICIFO),
Universidad Autónoma Chapingo. 56230 Chapingo, estado de México.

[‡] Autor responsable (ramval@correo.chapingo.mx)

⁴ Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo. 56230 Montecillo, estado de México.

Index words: *optimal extraction path, optimal control, interest rate.*

INTRODUCCIÓN

Hablar de un recurso natural no renovable es estar frente a problemas de asignación, aprovechamiento óptimo, externalidades, sustentabilidad, tiempo y ganancias. Es decir, el aprovechamiento de un recurso natural de este tipo implica varios factores que hay que tomar en cuenta; sin embargo, tal vez el punto central es el tiempo de aprovechamiento y las ganancias que se derivan tanto actuales como futuras, lo que implica que para tomar decisiones de explotación se tiene que tener presente las tasas de interés.

Como menciona Hotelling (1931), puede parecer que la explotación de un recurso natural agotable nunca puede ser demasiado lenta para el bien público; para cada tasa propuesta de extracción indudablemente habrá algún punto para el agotamiento final, en el cual esa tasa implicará y requerirá más retraso en la explotación. Pero si se está de acuerdo en que la oferta total del recurso no se puede heredar a los descendientes, se tiene que buscar un sendero óptimo de extracción.

Este trabajo busca determinar el sendero de extracción óptima de una mina de arena tomando en cuenta un periodo de aprovechamiento y determinadas tasas de interés. El objetivo principal es determinar la tasa de extracción óptima económica de las minas de arena, considerando el caso particular del ejido Coatepec, Ixtapaluca, estado de México, con el fin de contribuir a la toma de decisiones relativas al aprovechamiento sustentable económico y medioambiental.

Dentro de los objetivos particulares está el identificar y describir la forma de producción de las minas de arena, determinar los costos incurridos en el proceso de producción, analizar la rentabilidad de la actividad y determinar las cantidades de extracción anual para el sendero óptimo.

Antecedentes

De acuerdo con Romero (1997), los primeros economistas en preocuparse por cuestiones relacionadas con los recursos naturales, tuvieron una visión pesimista al considerar que los límites de los recursos a nivel planetario hacen que la capacidad de crecimiento de la producción alimentaria resulte inferior al crecimiento de la población, entre estos economistas se pueden mencionar a Thomas Robert Malthus, David Ricardo y John Stuart Mill. Por otra parte, el trabajo de William Stanley Jevons (Teoría de la economía política) constituye uno de los trabajos analíticos más importantes en la historia del pensamiento económico, pues sirve de soporte a toda la teoría marginal del valor.

El primer trabajo aplicado a las extracciones óptimas de recursos naturales lo constituye el artículo "The Economics of Exhaustible Resources" de Harold Hotelling, publicado en 1931 en el *Journal of Political Economy*. En esta investigación, Hotelling recurre de una manera implícita al principio de equimarginalidad de Jevons, establece un principio básico (regla de Hotelling) que indica cuándo debe extraerse un recurso no renovable, mostrando asimismo el sendero óptimo de extracción.

En años recientes se han hecho algunos estudios sobre el aprovechamiento óptimo de los recursos naturales desde el punto de vista económico, tal es el caso Caraballo (2002), que plantea el uso de la teoría del control óptimo y de la economía de los recursos naturales, este autor estudió las relaciones entre la erosión del suelo, la pérdida de la fertilidad y la productividad agrícola.

Escobar y Jiménez (2008) esbozaron una adaptación del modelo de Ramsey aplicado a las reservas petroleras mexicanas. Esta aplicación tuvo una variación, dado que los hidrocarburos no tienen una tasa de regeneración natural usaron como variable de control la tasa de consumo y como variable de estado la tasa de reservas probadas, la cual incluye los descubrimientos que suplen en el stock de capital natural del recurso, su utilización en el tiempo.

Área de estudio

El ejido Coatepec forma parte del municipio de Ixtapaluca, estado de México, se encuentra localizado en la región oriente del Valle de México y cuenta

con una superficie aproximada de 40 000 hectáreas (INEGI, 2000).

Se encuentra aproximadamente entre los 19° 22' 00" y los 19° 48' 27" N y entre los 98° 57' 30" O.

MATERIALES Y MÉTODOS

Diseño de Muestra

Debido a que sólo existen 9 concesionarios de minas y además en algunos casos un dueño tiene dos concesiones, los datos no varían tanto de una mina a otra, solamente se hizo una selección al azar, resultando seleccionada la mina "San Miguel" para la realización de la encuesta.

Diseño de la Encuesta

El cuestionario aplicado consta de dos partes. En la primera parte se refiere a los datos generales de la mina y la forma de administración de una concesión. En la segunda parte se interroga sobre los costos de producción en los que se incurren tales como: la inversión fija, insumos, obras civiles y personal ocupado. Por último se hacen cuestionamientos relativos a la cantidad de mineral estimado.

La estructura de las preguntas es en forma abierta debido a que en su mayoría se refieren a datos cuantitativos. La encuesta fue aplicada en las instalaciones de la mina.

Control Óptimo en Tiempo Discreto

La metodología utilizada para la determinación de la tasa óptima económica de extracción, es la metodología conocida como el control óptimo en tiempo discreto, esta metodología utiliza primordialmente las tasas de interés privadas, los costos de producción, precios de venta del recurso, el stock aproximado y un tiempo de aprovechamiento (Valdovinos, 2007).

Tomando como referencia a Valdovinos (2007), el problema básico del control óptimo en tiempo discreto es el siguiente:

Se considera un sistema que evoluciona en el tiempo de manera discreta para un número N de etapas, cuya situación inicial está dada por el vector n -dimensional x_0 . En cada etapa k , se puede influir en el sistema a través de un vector m -dimensional variables de control,

$u(k)$, para $k \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$. La situación del sistema en la etapa se representa por el vector n -dimensional de variables de estado, para cada $k \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$.

Dado un sistema dinámico con condición inicial que evoluciona en el tiempo de acuerdo a la ecuación de estado se trata de encontrar para cada un vector de control admisible que maximice la funcional objetivo.

$$\max_{u(k)} J = \sum_{k=0}^{N-1} F[x(k), u(k), k] + S[x(N)]$$

$$s.a: x(k+1) = f[x(k), u(k)], \text{ para } k = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$\text{Con } x(0) = x_0$$

$$u(k) \in \Omega(k)$$

El vector $u^* = [u^*(0), u^*(1), \dots, u^*(N-2), u^*(N-1)]$ que resuelve el problema de control óptimo, es la secuencia de control óptima. Y el vector $x^* = [x^*(0), x^*(1), \dots, x^*(N-1), x^*(N)]$, determinado por la ecuación de estado a partir de u^* y de $x(0)$ es la trayectoria de estado óptima o camino óptimo.

Se trata de encontrar el sendero óptimo de acuerdo a la variable de estado $x(k)$ que es el stock de mineral que hay en la mina al inicio del período $k + 1$ y la variable de control $u(k)$ es la cantidad de mineral a extraer durante el período $k + 1$ para cada $k = 0, 1, 2, \dots, N$.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Costos de Inversión y Producción de una Mina de Arena

Antes de entrar en detalle sobre las tasas de extracción, es necesario explicar los costos en los que incurre una mina durante su proceso de producción. Esto es importante debido que en la fórmula de optimización se especifica la necesidad de conocer los costos de producción; además de que con estos datos, se tendrá una visión más amplia de los impactos económicos que genera una explotación de los recursos naturales de este tipo.

En el Cuadro 1 se enlistan la maquinaria y equipo necesarios para la extracción de arena y grava. De la misma forma se enuncian los precios de compra y las cantidades mínimas para un aprovechamiento rentable.

Cuadro 1. Necesidades de maquinaria y equipo.

Maquinaria o equipo	Cantidades	Precio unitario de compra 2008
		\$
Planta procesadora (trituradora)	2	4 000 000
Generador de energía	1	300 000
Trascabo	3	600 000
Tractor (buldócer)	2	1 500 000
Camiones	3	300 000
Perforadora neumática	1	350 000
Camionetas	2	200 000

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Es importante mencionar que los precios siguientes, son para maquinaria semi-nueva.

Los trascabos, son maquinaria que se utiliza para aflojar el material, además de que sirven para cargar a los camiones transportadores. En ocasiones se usan perforadoras neumáticas para aflojar la tierra o también se utilizan explosivos. Los camiones cumplen dos funciones; la primera es transportar la materia prima hacia la planta trituradora y la segunda es transportar los productos finales hacia los puntos de venta o hacia tiraderos (Cuadro 2).

La planta procesadora es la maquinaria principal, puesto que es ésta la maquinaria de donde sale el producto final; es decir, arena y grava. En este lugar llega la materia prima que se ha removido de la tierra y mediante procesos de trituración se convierte el material en el tamaño deseado.

Cuadro 2. Necesidades de insumo y material, 2008.

Insumo o material	Cantidad mensual	Costo total mensual
		\$
Diesel trascabo	14 400	89 856
Diesel tractor	24 000	149 760
Diesel camión	7 200	44 928
Diesel generador de energía	9 600	59 904
Diesel perforadora	6 000	37 440
Explosivos		90 000
Aceite	1 900	40 000
Grasa	456	18 000
Costo total de insumos		529 888

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Debido a que en los bancos de arena no llegan las instalaciones eléctricas es de vital importancia tener una planta generadora de energía. Las camionetas se utilizan para las actividades de gestión por parte de los directivos de la mina.

El costo total de inversión asciende a un total de \$14 750 000 y dentro de estos costos, la planta trituradora es el rubro de más alto precio siguiendo los tractores y trascabos.

Dentro del costo total de producción, toman relevancia también los costos de operación y administrativos, que se enuncian en los cuadros subsecuentes para un análisis integral. Como se podrá observar, los insumos o materiales necesarios son en general aceite y diesel para los trascabos, tractores, camiones y la planta, presentándose un costo total mensual de insumos de \$529 888.

En cuanto a obras civiles, sólo es indispensable una bodega y una oficina.

En cuanto a las necesidades de personal, se tiene un total de 22 empleados contando desde los puestos directivos hasta los niveles bajos, como ayudantes y veladores. En esta área se tiene un total de \$ 111 424 en cuanto a gastos mensuales de nómina para trabajadores (Cuadro 3).

Producción y Ganancias

Como ya se ha mencionado anteriormente, los productos principales que ofertan las minas son la arena y grava. Pues bien, en seguida se presentan los datos relativos a este ámbito.

De acuerdo a los datos obtenidos, el promedio de producción mensual tanto de arena como de grava es de 15 000, el precio de venta por m³ es \$46 para los dos productos. El precio que se le paga al ejido por cada m³ que se extrae es de \$8.70. En los Cuadros 4, 5 y 6 se detallan los costos totales de producción, así como de los ingresos y ganancias que se derivan de la actividad en forma mensual.

Con esta información se llega a la conclusión de que se tiene una ganancia anual total de \$4 475 256. Como era de esperarse, los datos confirman que la actividad extractiva de las minas es rentable, ya que el ingreso supera en mucho a los costos; aunque en este caso se haya hecho de manera muy general.

Cuadro 3. Necesidades de personal, 2008.

Personal	Cantidad	Sueldo mensual
		\$
Contralor	1	16 000
Gerente de operaciones	1	16 000
Contador	1	12 000
Encargado	1	9 200
Jefe de planta	1	9 200
Operadores	7	9 760
Ayudantes de planta	4	5 904
Soldadores	2	8 600
Mecánicos	2	12 320
Cajero	1	9 080
Velador	1	3 360
Costo total		111 424

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Cuadro 4. Costos totales de producción, 2008.

Concepto	Costo mensual
	\$
Depreciación total de maquinaria y equipo	104 583.33
Costos total de insumos	529 888
Depreciación de obra civil	166.67
Costos de administración	111 424
Pago a bienes comunales	261000
Sumatoria	1 007 062

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Sendero Óptimo de Extracción

Para determinar la tasa de extracción óptima económica se procedió a utilizar la técnica de control óptimo en tiempo discreto. Se considera un período de análisis de 10 años, aunque de igual manera se pudo haber escogido cualquier cantidad. Por tanto, el análisis se plantea de manera que se busca determinar el plan óptimo de extracción del mineral (abarcando en este concepto tanto a la arena como a la grava), para 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 años. Se parte entonces del supuesto de que la mina se abandonará en 10; así mismo todo el mineral extraído se vende al precio de mercado actual \$46. El costo de extraer, está dado por:

$$c(k) = \frac{[u(k)]^2}{x(k)}$$

donde:

k = el periodo de análisis

$u(k)$ = variable de control. Es la cantidad de mineral que hay en la mina al inicio del periodo $k + 1$, para cada $k = 0, 1, \dots, 10$.

$x(k)$ = variable de estado. Es el stock de mineral que hay en la mina al inicio del periodo $k + 1$.

$x(0) = 2\,000\,000\text{ m}^3$, el cual es la cantidad de mineral que aproximadamente existe en la mina.

$\delta = 0.08$ el cual corresponde a la tasa de descuento. Esta tasa equivale a la tasa de interés del Certificado de la Tesorería (CETES).

Para el factor de descuento se tiene:

$$\beta = \frac{1}{1 + 0.08} = 0.92$$

El problema consiste en:

$$\max_{u(k)} J = \sum_{k=0}^9 (0.92)^k \left[u(k) - \frac{[u(k)]^2}{x(k)} \right]$$

s.a: $x(k + 1) = x(k) - u(k)$, para $k = 0, 1, \dots, 9$

Con: $x(0) = 2\,000\,000$

Para este problema, la Hamiltoniana a valor presente es:

$$H = u - \frac{u^2}{x} + m(x - u)$$

Las condiciones del principio del máximo son:

$$1) : m(k - 1) = 0.92 \left[\frac{[u(k)]^2}{[u(k)]^2} + m(k) \right], \text{ para } k = 9, 8, \dots, 1$$

Con: $m(9) = 0$

$$2) : 1 - 2 \frac{u(k)}{x(k)} - m(k) = 0, \text{ para } k = 0, 1, \dots, 9$$

$$3) : x(k + 1) = x(k) - u(k), \text{ para } k = 0, 1, \dots, 9$$

Con $x(0) = 2\,000\,000$

Definiendo la siguiente variable auxiliar:

$$y(k) = \frac{u(k)}{x(k)}$$

De la condición 2) se obtiene:

$$y(k) = \frac{1 - m(k)}{2}, \text{ para } k = 0, 1, \dots, 9$$

A partir de la condición 1) se obtiene:

$$m(k - 1) = 0.92 \left[[y(k)]^2 + m(k) \right], \text{ para } k = 9, 8, \dots, 1$$

Cuadro 5. Depreciación de maquinaria y equipo.

	Valor inicial	Periodo de vida (años)		Depreciación anual		Unidades adquiridas	Total anual	Total mensual
		Tec.	Eco.	\$	%			
Total				645 000			1 255 000	104 583.33
Planta procesadora (trituradora)	4 000 000	10	8	400 000	10.00	2	800 000	66 666.67
Generador de energía	300 000	5	4	60 000	20.00	1	60 000	5 000
Trascabo	600 000	20	15	30 000	5.00	3	90 000	7 500
Tractor (buldócer)	1 500 000	30	25	50 000	3.33	2	100 000	8 333.33
Camiones	300 000	10	8	30 000	10.00	3	90 000	7 500
Perforadora neumática	350 000	10	8	35 000	10.00	1	35 000	2 916.67
Camionetas	200 000	5	4	40 000	20.00	2	80 000	6 666.67

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Cuadro 6. Ganancia derivada de la actividad, 2008.

Ingreso mensual	Gasto mensual	Ganancia
----- \$ -----		
1380000	1007062	372938

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Partiendo de $m(9) = 0$ se obtiene $y(9)$, de donde se llega a $m(8)$, luego a $y(8)$, y así sucesivamente, hasta $y(0)$. Los valores específicos se muestran en el Cuadro 7.

Ahora se pueden calcular $u(k)$ y $x(k)$, teniendo en cuenta que:

$$u(k) = ny(k) x(k)$$

$$x(k+1) = x(k) - u(k)$$

Con $x(0) = 2\,000\,000$

Partiendo de $x(0)$ se calcula $u(0)$, luego $x(1)$ seguido de $u(1)$ y así, sucesivamente, hasta $u(9)$ y $x(10)$. En el Cuadro 8 se muestran los datos del sendero óptimo que se obtiene. Se muestra por tanto, el sendero óptimo de extracción del mineral que viene dado por $u^*(k)$, comienza con el stock inicial de $2\,000\,000\text{ m}^3$ de mineral, en ese mismo año se comienza con una extracción de $457\,768.69\text{ m}^3$ y se continúan extracciones descendentes hasta llegar al año 9 en el cual se van a extraer $54\,721.84\text{ m}^3$. De la misma manera se presenta la ruta que siguen los remanentes; es decir, lo que va quedando en cada año después de extraer el mineral, valor que viene dado por la variable $x(k)$. En el año 10 sólo queda un remanente de $54\,721.84\text{ m}^3$ (Figura 1).

Cuadro 7. Coeficientes para el sendero óptimo.

K	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$m^*(k)$	0	0.23	0.348	0.4179	0.4624	0.4919	0.5119	0.5258	0.5354	0.5422
$y^*(k)$	0.5	0.385	0.326	0.291	0.2688	0.2541	0.244	0.2371	0.2323	0.2289

Fuente: Elaboración propia a partir del desarrollo de las fórmulas.

Cuadro 8. Sendero óptimo y remanentes.

K	0	1	2	3	4	5
$u^*(k)$	457 768.69	358 241.68	280 750.01	220 427.58	173 472.51	136 907.90
$x^*(k)$	2 000 000.00	1 542 231.31	1 183 989.63	903 239.62	682 812.03	509 339.52
K	6	7	8	9	10	
$u^*(k)$	108 393.72	86 080.71	68 513.52	54 721.84	0	
$x^*(k)$	372 431.62	264 037.90	177 957.19	109 443.67	54 721.84	

Fuente: Elaboración propia a partir del desarrollo de las fórmulas.

La extracción o utilización de los recursos no renovables no se puede evitar, tampoco se puede caer en las ineficiencias, como el ejemplo de conservar los recursos sin extraerlos, tal y como afirma el movimiento conservacionista (Randall, 1985).

La alternativa entonces, es aprovechar dichos recursos de manera óptima considerándolos como activos de capital. Cuando los recursos se consideran de esta manera, intervienen factores que facilitan, o por lo menos ayudan a analizar las rutas óptimas de extracción. En este caso particular del estudio de minas de arena, se pueden observar tres factores relevantes, que son la tasa de descuento o la tasa de interés, los años de aprovechamiento y el stock existente del mineral.

El stock existente resulta importante, debido a que los cálculos que se hacen van en principio determinados por la cantidad de recurso que se posea, por lo que el tiempo de aprovechamiento viene ligado por la estimación total del mineral en el suelo en el año de inicio.

Como se ha venido recalando, las tasas de descuento juegan un papel importante, debido a que determinan las preferencias intertemporales de un individuo, por ejemplo un individuo puede tener una preferencia positiva (preferir ahorrar ahora y gastar después de un tiempo dado), negativa (gastar ahora lo que se posea) o neutra (indiferente) (Randall, 1985).

Tomando en cuenta la tasa de interés y el flujo de efectivo de las ganancias de la mina, el dueño de la mina puede tomar las decisiones de extracción en un periodo dado; esto es, cuando la tasa de interés es baja las explotaciones se reducen, pues no existen los incentivos necesarios, en caso de que suban las tasas de interés,

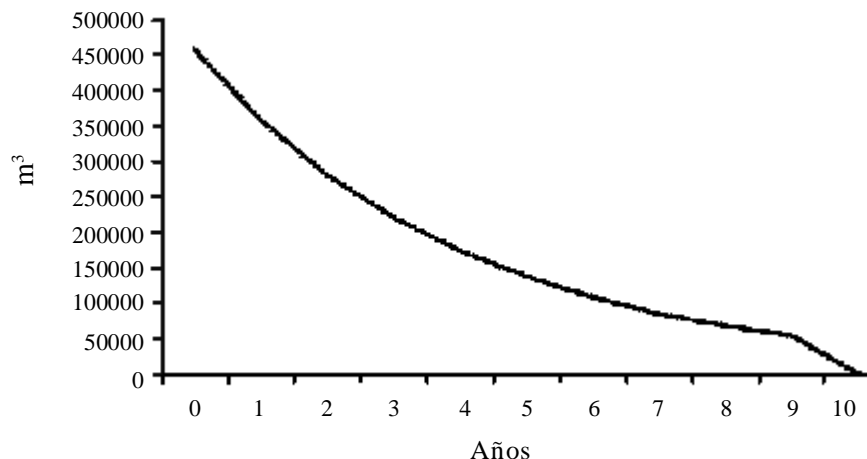


Figura 1. Sendero de extracción óptima anual.

las cantidades explotadas aumentarán de manera significativa, esto demuestra lo que afirma la teoría económica de que las tasas de interés impositivas fomentan el ahorro, por lo que los dueños de las minas preferirán extraer más recurso en el presente. Sin embargo, si por alguna razón el dueño espera que en un futuro las tasas de interés aumenten, seguirá extrayendo normalmente sin incrementos hasta que la tasa de interés esté en un punto alto.

Para demostrar estas afirmaciones, a continuación se presenta un escenario en el cual la tasa de interés ha aumentado; es decir, se plantea un escenario de CETES más cuatro puntos. Ahora la tasa de descuento es del 12% (Cuadro 9).

Como se puede apreciar con la tasa de interés actual se prefiere explotar una cantidad de 521 563.67 m³ de mineral en el año de inicio, respecto a 457 768.69 m³ cuando la tasa de interés era del 8%.

Continuando con la demostración del efecto de las tasas de descuento, en el siguiente cuadro se plantea una reducción de la tasa de interés. Se trabaja con una tasa de descuento del 14% (Cuadro 10).

Se observa el efecto esperado, la baja considerable de la cantidad extraída en el primer año, cantidad que se sitúa en 378 783.02 m³.

Otro aspecto relevante de la extracción de los recursos no renovables, son los conceptos de agotamiento y escasez. Si se parte del supuesto de que los 2 000 000 m³ de stock del mineral, es la única cantidad de que se dispone del recurso, se observa que en cualquier escenario para el año 10, el recurso se habrá agotado. La economía mineral dice que las posibles soluciones a este problema son: la innovación tecnológica y la sustitución (Barry, 2005).

La innovación tecnológica, va en el sentido de la inversión en desarrollo de tecnologías para la exploración de nuevos yacimientos de mineral. Sin embargo, la innovación no puede avanzar más allá de los costos; esto es, la inversión en tecnologías de exploración sólo se llevará a cabo hasta el punto en el costo marginal de exploración sea igual al ingreso marginal por unidad vendida del recurso, lo que lleva nuevamente al punto de agotamiento y abandono de la extracción. La otra alternativa es la sustitución; como resultado

Cuadro 9. Ruta óptima a una tasa de interés del 12%.

K	0	1	2	3	4	5
u*(k)	521563.67	388318.7	289478.03	216202.01	161923.54	121761
x*(k)	2000000	1478436.33	1090117.63	800639.59	584437.59	422514.04
K	6	7	8	9	10	
u*(k)	92080.66	70171.52	54015.34	42242.77	0	
x*(k)	300753.04	208672.39	138500.87	84485.53	42242.77	

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

Cuadro 10. Ruta óptima a una tasa de interés del 4%.

K	0	1	2	3	4	5
u*(k)	378 783.02	31 068.06	265 551.20	222 483.46	186 390.79	156 023.17
x*(k)	2 000 000	1 621 216.98	1 304 148.92	1 038 597.72	816 114.26	629 723.48
K	6	7	8	9	10	
u*(k)	130 311.54	108 335.03	89 320.42	72 866.66	0	
x*(k)	473 700.30	343 388.76	235 053.73	145 733.31	72 866.66	

Fuente: Elaboración propia con datos de campo.

de que las cantidades extraídas van en decremento a medida que avanzan los años, quedan pocos remanentes, los costos de extracción aumentan; por tanto la oferta baja y los precios al consumidor aumentan exorbitantemente. Cuando los precios de venta son demasiado altos para el consumidor, se llega a un nivel en que ya no es factible extraer mineral, por tanto se tiene que buscar un sustituto a este recurso.

CONCLUSIONES

- La actividad extractiva es rentable, debido a que los ingresos netos superan a los costos de extracción, ya que se tiene una ganancia anual de \$4 475 256.
- Los costos en las materias primas o insumos representan el mayor gasto de una mina.
- Por cuestiones de costos de inversión inicial, algunos concesionarios prefieren utilizar maquinaria de segunda mano para la actividad de explotación. Sin embargo, debido a que el proceso de producción no es complejo, dicha maquinaria es suficiente y eficiente.
- El canal de comercialización que se presenta es muy simple, pues se puede vender a pie de mina o en su defecto los camiones de la mina llevan los productos finales (arena y grava) hacia tiraderos (lugares de acopio para arena y grava) o zonas de construcción.
- Las cantidades o tasas de extracción que presentan las minas son altas (más de 360 000 m³ año⁻¹); sin embargo, esto se explica de acuerdo a la consideración de los bancos de arena como un activo de capital. Lo que quiere decir que los dueños de las concesiones, siguen un patrón de comportamiento racional movidos

por los factores determinantes que son: el período de extracción y la variable más importante, que es la tasa de interés. En cuanto al sendero óptimo se concluye que de acuerdo a la teoría económica, las extracciones son más altas cuanto aumentan las tasas de interés, esto se ejemplifica con la tasa del 8% con la cual se extrae en el primer año 457 768.69 m³ en contraste cuando la tasa de interés se sitúa en 12% y se extrae un total de 521 563.67 m³.

- Se concluye que puede llegar el momento en que se deba sustituir este recurso natural por otro, conclusión que coincide con la aseveración de Escobar y Jiménez (2008), que afirman que el petróleo puede sustituirse por nuevas tecnologías como el hidrógeno.

LITERATURA CITADA

- Field, B. C. 2005. Natural resource economics: An introduction. Waveland Press. Long Grove, IL, USA.
- Caraballo, L. J. 2002. Modelo de explotación óptima de la tierra para uso agrícola. Agroalimentaria 15. Julio - diciembre 2002: 13-17.
- Escobar D., J. L. y J. S. Jiménez R. 2008. El modelo de Ramsey aplicado a las reservas petroleras mexicanas. UNAM. Rev. Digital Universitaria 9: 1067-607.
- Hotelling, H. 1931. The economics of exhaustible resources. J. Pol. Econ. 39: 137-175.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía). 2000. Anuario estadístico. Estado de México. Tomo I. Aguascalientes, Ags., México.
- Randall, A. 1985. Economía de los recursos naturales y política ambiental. Limusa. México, D. F.
- Romero, C. 1997. Economía de los recursos ambientales y naturales. Alianza Editorial. Madrid, España.
- Valdovinos C., V. R. 2007. Control óptimo en tiempo discreto. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México.