

# Validación del modelo expo-lineal precipitación-escorrentía en un simulador de lluvia

## A validation exercise of the precipitation-runoff exponential model using a rain simulator

Fernando Paz<sup>1,‡</sup>, Eliezer López Bautista<sup>1</sup> y Ma. Isabel Marín Sosa<sup>1</sup>

<sup>1</sup> GRENASER, Colegio de Postgraduados. Km 36.5 Carretera México-Texcoco. 56230 Montecillo, Texcoco, Estado de México, México.

<sup>‡</sup> Autor responsable (ferpazpel@gmail.com)

---

### RESUMEN

La necesidad de desarrollar métodos simplificados, operativos y coherentes para modelar la relación precipitación-escorrentía a escala de eventos, permanece como uno de los grandes retos en el campo de la hidrología. Si bien existen propuestas simples de modelación como el método del Número de Curva o NC, sus bases teóricas no tienen fundamentos hidrológicos. La ventaja del método del NC es que solo requiere de un parámetro, lo cual lo hace muy atractivo en las aplicaciones. En este trabajo se analizan las bases del método del NC. Los resultados muestran que estos intentos simplificados de modelación están limitados. Por otro lado, el modelo expo-lineal de Paz (2013) es flexible en términos empíricos. Las bases teóricas de este modelo son discutidas en términos de la hidrología de área variable, en un formato suficientemente general para hacer sólido su uso. El modelo se aplicó a un experimento en un simulador de lluvias con lotes de escorrentía con diferentes tipos de suelo y coberturas aéreas de pastos. Los resultados mostraron un buen ajuste experimental a los datos, particularmente en términos de parametrizar el modelo expo-lineal en forma similar al método del NC. De estos desarrollos, se presenta un esquema de estimación de los parámetros del modelo expo-lineal que se puede usar en forma equivalente, por su simplicidad al tener un solo parámetro libre, al método del NC.

**Palabras clave:** modelo de Paz, método del NC, simulador de lluvia, cobertura y tipo de suelo, hidrología de área variable.

### SUMMARY

The need to develop simplified, operational and coherent hydrological models, particularly regarding the rainfall-runoff relationship, is still one of the great challenges in this field of science. Many simple models, such as the curve number method or CN, have been proposed, but their theoretical bases have no hydrological fundamentals. The advantage of the CN method is that only one parameter (CN) is required and this makes it very attractive for applications. Thus, in this paper the basis of the CN method is analyzed in terms of rates of change and the limits of applicability. The results show that these simplified attempts are limited. On the other hand, the expo-linear model of Paz (2013) is flexible in empirical terms. The theoretical basis of this model is discussed in terms of variable area hydrology using a general format to make its use solid. The model is applied to an experiment with a rainfall simulator in runoff lots with diverse types of soils and grass covers. The results show a good experimental fit to data, particularly in terms of the parameterization of the expo-linear model in a way analogous to the CN method. Thus, from these developments, we present an estimation scheme of parameters of the expo-linear model that can be used as a CN method equivalent because of its simplicity of having only one free parameter.

**Index words:** Paz model, CN method, rainfall simulator, cover and soil type, variable area hydrology.

---

#### Cita recomendada:

Paz, F., E. López Bautista y M. I. Marín Sosa. 2017. Validación del modelo expo-lineal precipitación-escorrentía en un simulador de lluvia. *Terra Latinoamericana* 35: 329-341.

---

Recibido: enero de 2017. Aceptado: julio de 2017.

Publicado como nota de investigación en  
*Terra Latinoamericana* 35: 329-341.

## INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la hidrología superficial, en términos operativos, requiere de esquemas simplificados pero coherentes en sus fundamentos teóricos. En una cuenca hidrográfica o parcela experimental coincide un gran número de factores que inciden en su respuesta hidrológica, donde pueden predominar uno o más de ellos. Aunado a esto, la enorme variabilidad espacial y temporal (efecto de escala) de las propiedades hidráulicas de los suelos y de los patrones asociados a la precipitación hacen compleja la tarea de modelar la relación precipitación (P)-escurrimiento (Q). Así, la modelación directa (balances hídricos) requiere de un gran número de parámetros para predecir los escurrimientos. Ejemplos típicos de estos intentos de modelación son el modelo EPIC (Erosion Productivity Impact Calculator) desarrollado en el USDA (Sharpley y Williams, 1990) y el modelo SWAT (Soil and Water Assessment Tool) (Neitsch *et al.*, 2002).

Para desarrollar un método simplificado, el SCS (Soil Conservation Service del U. S. Department of Agriculture; actualmente llamado NRCS o Natural Resources Conservation Service) planteó en la década de los cuarentas (Mockus, 1949) una aproximación práctica a la relación entre la precipitación y el escurrimiento directo, con lo cual emergió el denominado método del número de curva o NC (SCS, 1972). Este método resulta atractivo en términos operacionales, debido a que se parametriza en función de una sola variable, por lo que en este trabajo será usado como un paradigma de desarrollo.

### Método del Número de Curva: Mitos y Falacias

El método del NC establece una relación empírica entre el escurrimiento directo  $Q$  (mm) y la precipitación  $P$  (mm), a escala diaria (evento de precipitación), como:

$$Q = \frac{(P - Ia)^2}{(P - Ia + S)}, \quad P \geq Ia$$

$$Q = 0, \text{ de otra forma} \quad (1)$$

donde:  $Ia$  (mm) es la abstracción inicial antes del escurrimiento (almacenamientos superficiales, intercepción por la vegetación, evapotranspiración, infiltración antes de la saturación del suelo y otros factores) y  $S$  (mm) es un parámetro de retención, el cual varía espacialmente por cambios en el tipo y uso

del suelo, manejo y pendiente; así como por cambios temporales en la humedad del suelo. El parámetro  $Ia$  es expresado generalmente en función de  $S$

$$Ia = kS \quad (2)$$

donde:  $k$  es supuesto como igual a 0.2 en la mayoría de las aplicaciones. El parámetro  $S$  se estima como:

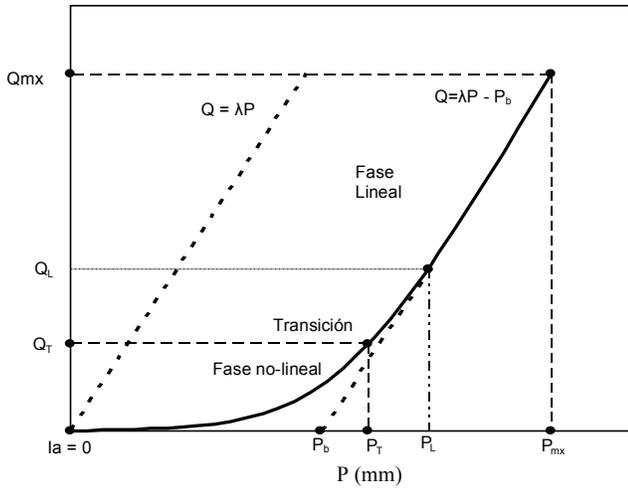
$$S = 25.4 \left( \frac{1000}{NC} - 10 \right) \quad (3)$$

donde:  $NC$  (0 a 100, adimensional) es función del tipo de suelo, la humedad antecedente del suelo, la pendiente del terreno, el uso del suelo y sus prácticas de manejo, principalmente.

La Ecuación 1 permite establecer una relación funcional entre  $P$  y  $Q$  que puede ser usada en forma práctica, ya que depende sólo de  $NC$  y éste puede estimarse de información disponible (mapas temáticos del INEGI, por ejemplo, aunque no actualizados) en las cuencas hidrográficas; con excepción del uso de sensores remotos. Esta ecuación da una falsa apariencia de funcionalidad, particularmente cuando se tiene el soporte institucional del SCS/NRCS. Paz (2009) argumentó que las bases hidrológicas del método del NC son inexistentes y parten de supuestos incoherentes. Para entender estos planteamientos, se muestran dos relaciones esquemáticas entre  $P$  y  $Q$ , Figura 1.

La hipótesis básica planteada en el método del NC es que a medida que la precipitación se incrementa, entonces el suelo se saturará rápidamente y todo lo que se precipita escurrirá ( $Q = P$ ,  $\lambda = 1$  en la Figura 1), representado por la línea punteada que pasa por el origen en la Figura 1. En la misma figura se presenta una curva, con línea sólida, que tiene una fase no lineal y después una lineal que intersecta el eje  $P$  en  $P_b$  ( $= S$  en el método del NC) y es paralela a la línea  $Q = \lambda P$  (donde  $\lambda$  puede ser cualquier pendiente:  $0 < \lambda \leq 1$ ).

Así, sin pérdida de generalidad, se puede asumir que la relación  $P$ - $Q$  está compuesta de dos fases: una no-lineal inicial y después una lineal, cuya transición está dada por el punto ( $P_T$ ,  $Q_T$ ). La fase lineal se presenta en forma completa, más allá de la transición suavizada, a partir del punto ( $P_L$ ,  $Q_L$ ). De la Figura 1 resulta aparentemente claro que el método del  $NC$  aproxima el patrón mostrado, de alguna forma, en la relación no lineal y lineal (supuesta como de dos fases).



**Figura 1.** Esquema de las relaciones entre  $P$  y  $Q$ , caso de  $I_a = 0$ .  $I_a$  es la abstracción inicial antes del escurrimiento;  $P$  = precipitación;  $Q$  = escurrimiento.

En esencia, el método del *NC* parte de la idea de que la relación no-lineal deberá tender a una línea que cumpla la condición genérica  $Q = P$  cuando  $P$  sea grande (saturación del suelo). La relación de la línea punteada de la Figura 1 establece que:

$$\frac{Q}{P} = \lambda \quad (4)$$

En el caso de la línea recta continua (fase lineal en la Figura 1) se tiene que (usando  $S = P_b$ ):

$$\lambda P - Q = S \quad (5)$$

que puede ser multiplicada en ambos lados por  $(\lambda/S)$ , para quedar como:

$$\frac{\lambda^2 P - \lambda Q}{S} = \frac{\lambda S}{S} = \lambda \quad (6)$$

Así, igualando las relaciones (4) y (6) se obtiene:

$$Q = \frac{\lambda^2 P^2}{S + \lambda P} \quad (7)$$

que para el caso de  $I_a = 0$  y  $\lambda = 1$  es igual a la relación (1) del método del *NC* (en lo general, si se sustituye  $P = \lambda P$  se obtiene la relación (1)). Resultados similares se obtienen usando una precipitación efectiva  $P_e = P - I_a$

en vez de  $P$  (solo implica una traslación al origen de las relaciones). La relación (1) y (7) parte de hacer iguales dos líneas rectas paralelas con diferentes orígenes (que por definición nunca se juntan; es decir, no pueden ser iguales), lo cual es un absurdo. Esto solo se da cuando  $S = 0$ , tal como se muestra en la Figura 1. El método del *NC* no supone nada de la relación funcional entre  $P$  y  $Q$  en la fase no lineal mostrada en la Figura 1, la relación no lineal (1) es solo consecuencia de la hipótesis absurda utilizada y no tiene algún sustento hidrológico. Esto es claro en los gráficos de las relaciones  $P$  y  $Q$  en función del *NC*, donde la supuesta hipótesis de  $\lambda = 1$  no se obtiene nunca (Mishra y Singh, 1999). La consideración de utilizar un valor de  $\lambda$  arbitrario de la relación (7) fue planteada por Mishra *et al.* (2005) para hacer más flexible el método del *NC*, pero adolece de las mismas limitaciones que el método original. Mishra *et al.* (2006) plantearon la generalización del método del *NC* para considerar la dependencia entre  $I_a$  y el efecto combinado de  $S$  y la humedad antecedente del suelo, bajo las mismas restricciones ya discutidas. Los resultados de esta aproximación han sido pobres en los ajustes empíricos. En lo común, los intentos de generalizar el método del *NC* tienen hipótesis restrictivas similares al planteamiento original, por lo que su validez teórica es cuestionable.

Es importante enfatizar que la discusión previa solo considera la estructura matemática implicada en la relación del método del *NC* y no los ajustes empíricos realizados por numerosos autores. El punto central de discusión es que el método es incoherente y que cualquier otra relación funcional entre  $P$  y  $Q$ , con bases hidrológicas, tendrá un mejor sustento teórico y no será arbitrario. Esto evita la discusión de consideraciones “prácticas” del método y plantea el problema de desarrollar una relación simplificada e hidrológicamente sólida entre  $P$  y  $Q$ , que fundamentalmente sea dependiente de un solo parámetro para que tenga las bondades del método del *NC*. En el aspecto de las aplicaciones empíricas del método del *NC*, es interesante señalar que su autor principal Mockus, en una entrevista con Víctor Ponce (Ponce, 1996) señaló que la relación implicada en el método del *NC*,  $(P-Q)/S = Q/P$ , se utilizó después de probar muchas relaciones empíricas y los resultados obtenidos en el ajuste a los datos experimentales fueron satisfactorios. Este argumento puramente empírico es circular, ya que la relación utilizada tiene ambas variables en los dos lados de la ecuación, por lo que

se obtienen resultados estadísticos mejores en forma artificial que en las relaciones con formato normal ( $P$  versus  $Q$ ).

### Modelo Expo-Lineal de la Relación Precipitación-Escurrecimiento

Aunque se pueden proponer muchas aproximaciones a la relación precipitación-escurrecimiento (directo) usando funciones matemáticas, en lo siguiente se presenta un esquema de modelación (Paz, 2009) que puede justificarse en términos teóricos, además de que se obtienen excelentes ajustes empíricos a los datos experimentales.

Tal como se muestra en forma esquemática en la línea continua de la Figura 1, el patrón entre la precipitación y el escurrecimiento se puede aproximar como compuesta de dos fases: una exponencial y una lineal (ver textos de ecuaciones diferenciales):

Crecimiento exponencial:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dP} &= rQ \\ Q(t) &= Q(0)\exp(rP) \end{aligned} \quad (8)$$

Crecimiento lineal:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dP} &= C \\ Q(t) &= C(P - P_b) \end{aligned} \quad (9)$$

donde:  $r$  es una tasa relativa de cambio,  $C$  es la tasa máxima de cambio y  $P_b$  es la precipitación cuando  $Q = 0$  (proyección de la fase lineal).

La relación (8) muestra que los cambios instantáneos de escurrecimiento por cambios instantáneos en la precipitación son función del escurrecimiento previo. En las versiones originales del método del NC (SCS, 1972), la relación  $P$ - $Q$  se propuso como dependiente de la condición de humedad antecedente del suelo (CHA). Posteriormente, el concepto de CHA se reconoció como limitado y se cambió por el de condición de escurrecimiento antecedente (CEA) (SCS, 1986) y es el que actualmente prevalece (NRCS, 2004). La ecuación (8) utiliza el mismo concepto y lo hace operativo a través de una relación exponencial. Más

adelante se justifica este punto usando la hidrología de área variable.

La relación (9) muestra una fase posterior a la exponencial de tipo lineal y representa la situación donde se ha alcanzado la tasa de cambio máxima y la relación  $P$ - $Q$  mantiene una pendiente constante (que puede ser menor a 1.0). Fogel y Duckstein (1970) y Kirkby y Cox (1995) propusieron este tipo de patrón usando modelos de reservorios (*buckets* en inglés). El modelo expo-lineal propuesto tiene como solución el patrón exponencial y el lineal como únicos, por lo que puede reproducir comportamientos exponenciales, lineales y expo-lineales. Eso le da una gran versatilidad en los ajustes a datos experimentales.

Las dos fases planteadas pueden analizarse en forma independiente haciéndolas compatibles en los puntos de transición (Figura 2), o podemos generar un modelo con una transición gradual entre ambos tipos de patrones. En el último caso, en el momento de la transición del patrón exponencial al lineal las tasas de cambio deben ser iguales:

$$rQ = C \quad (10)$$

El modelo expolineal es simplemente la solución de los dos tipos de patrones representantes por las ecuaciones diferenciales anteriores sujeta a la condición dada por la relación de igualdad de las tasas de cambio:

$$Q(t) = \frac{C}{r} \ln \left\{ 1 + \exp[r(P - P_b)] \right\} \quad (11)$$

Con las siguientes características:

$$\begin{aligned} Q(P = P_T) &= \frac{C}{r} = Q_T \\ P_T &= P_b + \frac{0.541}{r} \end{aligned} \quad (12)$$

donde:  $P_T$  es la precipitación donde la condición (12) se cumple. La relación  $Q - (dQ/dP)$  es un sigmoideo simétrico para el modelo expo-lineal (Paz, 2009).

El modelo expo-lineal fue propuesto inicialmente por Ferrandino (1989) y Goudriaan y Van Lar (1994) para el desarrollo de un esquema que asociara los patrones del índice de área foliar y la biomasa aérea

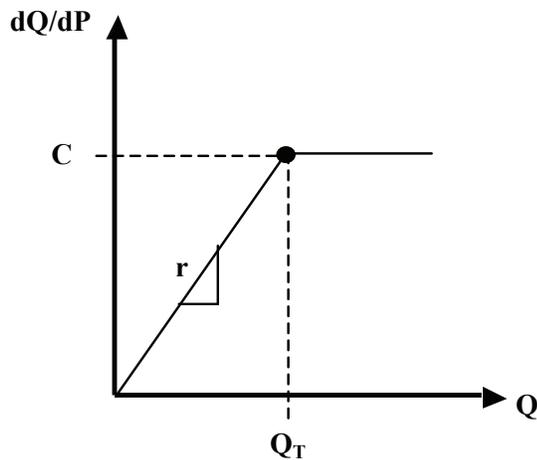


Figura 2. Tasas de cambio del modelo expo-lineal.  $C$  = tasa máxima de cambio;  $Q$  = escurrimiento;  $r$  = tasa relativa de cambio.

de la vegetación para caracterizar la evolución temporal del crecimiento de la biomasa. Paz (2009) propuso por primera vez este modelo en el contexto de modelar la relación precipitación-escurrimiento, bajo el concepto generalizado de resolver el sistema de ecuaciones diferenciales planteadas, sujeta a las restricciones impuestas.

### Bases Teóricas del Modelo Expo-Lineal

La utilización del concepto de la hidrología de área variable fue propuesta para modelar la relación precipitación-escurrimiento, particularmente con parámetros de control topográfico y geomórficos (Beven y Kirkby, 1979; Fennessey y Hawkins, 2001), simplificando la parametrización de los modelos al utilizar información generalmente disponible.

Para analizar los fundamentos teóricos del modelo expo-lineal, se puede considerar una cuenca hidrológica cualquiera, la cual puede dividirse en reservorios o compartimentos conectados a la red de cauces, Figura 3. Cada reservorio  $i$  (unidad hidrológica homogénea) de área  $A_i$  tiene una capacidad máxima de almacenamiento  $CA_i$  antes de empezar a escurrir. El área total de la cuenca es  $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ .

En relación con los flujos a considerar en el modelo esquemático de la Figura 4, se pueden incorporar varias situaciones:

– La situación donde un reservorio está saturado, después de un valor de precipitación dado (escurrimiento antecedente) y empieza a escurrir. El flujo asociado es de saturación del suelo.

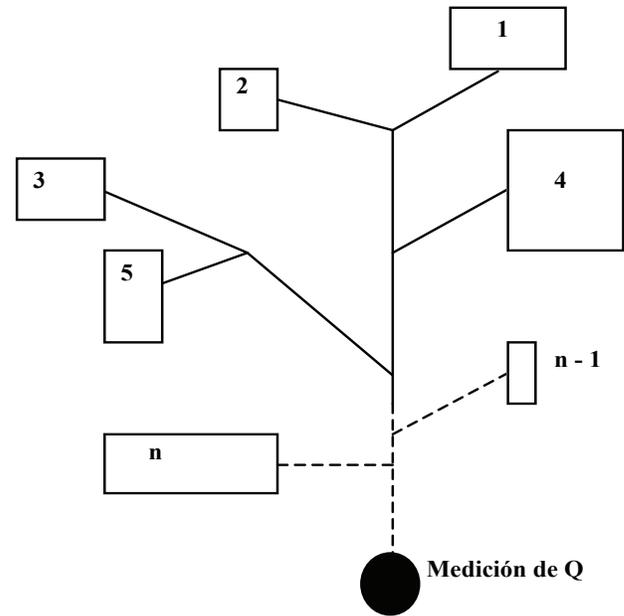


Figura 3. Esquema de una cuenca hidrológica con  $i = 1, 2, \dots, n$  reservorios.

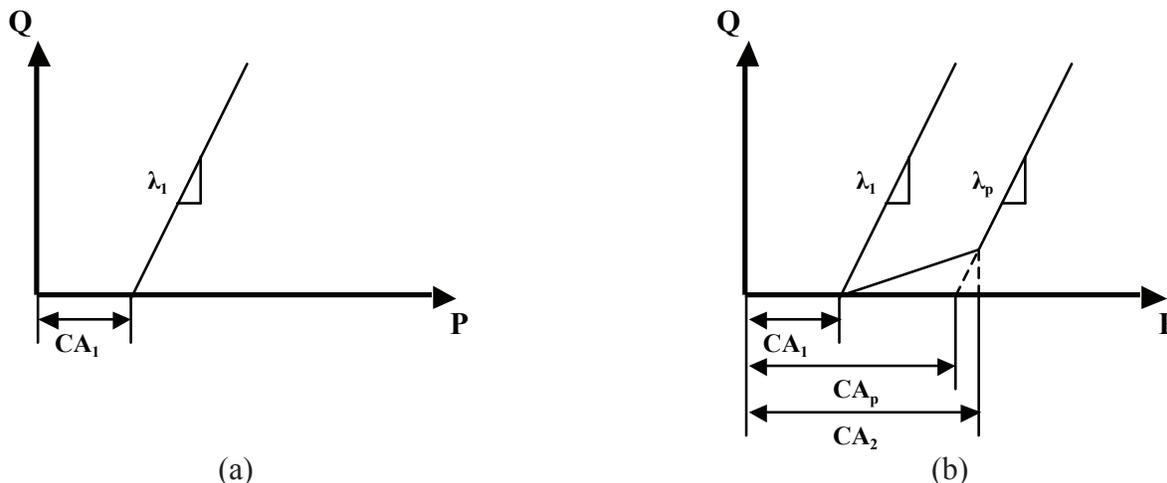
– La situación donde la variación espacial y temporal de la precipitación provoca que un reservorio tenga una tasa de precipitación mayor que la de infiltración.  
 – Los flujos de área variable asociados a la saturación de reservorios o a tasas de precipitación mayores a las de infiltración. En esta situación, algunos reservorios están presentando escurrimientos y otros no, en un tiempo dado. Si el evento de precipitación continúa en el tiempo, se alcanza un valor máximo de escurrimientos que se asocian a las condiciones hidrológicas (suelo-vegetación y patrón espacio-temporal de la precipitación) imperantes durante el evento.

El esquema presentado es suficientemente general para incorporar la variabilidad espacial y temporal de las propiedades de la cuenca y de la precipitación. El flujo sub-superficial y dentro de los cauces se considera en forma implícita, bajo la hipótesis de que no altera los patrones funcionales entre  $P$  y  $Q$ .

Kirkby y Cox (1995) y Kirkby *et al.* (2000) consideraron este tipo de esquemas interrelacionados de reservorios (“buckets”). Para el caso de un solo reservorio, se tiene que:

$$Q = K(P - h) \quad (13)$$

donde:  $h$  es un valor umbral ( $CA$ ) para que se presente el escurrimiento y  $K$  es dependiente de las propiedades del reservorio (suelo-vegetación).



**Figura 4. Relación P-Q para el modelo de reservorios. (a) un solo reservorio y (b) dos reservorios. P = precipitación; Q = escurrimiento; CA = capacidad máxima de almacenamiento.**

Usando  $h = 0$ , Hawkins (1979 y 1993) plantearon el modelo lineal como de mejor ajuste que el método del NC. Paz *et al.* (2013), en el contexto del uso del modelo expo-lineal, usaron un enfoque similar, variando la pendiente en función de la cobertura del follaje de los cultivos.

En el caso de una serie de reservorios de dimensiones aleatorias distribuidas exponencialmente, con dimensión media  $h$ , tenemos que:

$$Q = hP - Kh \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{P}{h}\right) \right\} \tag{14}$$

que aproxima, burdamente, el modelo expo-lineal propuesto.

Para generalizar el modelo de reservorios espacialmente distribuidos de la Figura 3, considérese el caso de que un solo reservorio esta contribuyendo al escurrimiento, Figura 4a.

En el caso de un solo reservorio, con capacidad de almacenamiento  $CA_1$ , la relación  $P-Q$  es de tipo lineal, con pendiente  $\lambda_1$  (dependiente de la cobertura y densidad de la vegetación, en su respuesta para amortiguar y desfasar el escurrimiento), esto para el caso de que la respuesta de solo un reservorio se mantenga. La relación  $P-Q$  para el caso de un solo reservorio, en relación a la respuesta global, esta dada por

$$Q = \left( \frac{A_1}{A} \right) P \tag{15}$$

En la Figura 4b se muestra la relación precipitación-escurrimiento para el caso del escurrimiento simultáneo de dos reservorios, donde el valor de la pendiente de la fase lineal final puede ser o no igual a la del reservorio 1 (es igual en el caso de tener las mismas propiedades hidrológicas del sistema suelo-vegetación). En el caso general, la pendiente es un promedio ponderado, subíndice  $p$  en la Figura 4b, de las respuestas de ambos reservorios. Algo similar ocurre para el caso de  $CA$ .

Si consideramos la ocurrencia simultánea y al azar de  $n$  reservorios ( $n$  tiende a infinito), entonces obtendremos como resultado el modelo expo-lineal discutido previamente, donde se obtiene un comportamiento exponencial en la primera fase y uno lineal en la segunda, Figura 1.

En lo general, se puede establecer dos patrones generales de la relación  $P-Q$ . Un patrón que se asocia al caso donde todos los reservorios están saturados o la precipitación en todos ellos tiene una tasa mayor que la de infiltración, por lo que la respuesta general será una línea recta sin la fase exponencial. El otro patrón es el expo-lineal que se asocia a las contribuciones parciales de reservorios, hasta llegar al punto de obtener el máximo de la respuesta conjunta ante el evento de precipitación. Este tipo de patrones se presenta aún para el caso de flujos sub-superficiales en bosques (Whipkey, 1965).

## MATERIALES Y MÉTODOS

Con la finalidad de obtener información para modelar la relación precipitación-escorrimento en suelo desnudo y dos sistemas simulados (pastizal y matorral), se realizó un experimento que consistió en medir la respuesta hidrológica (infiltración y escurrimento) ante un evento de lluvia controlado. El experimento fue planteado originalmente para mediciones de reflectancias para asociar la respuesta hidrológica al uso de sensores remotos (López *et al.*, 2011).

El uso de un experimento con un simulador de lluvias permite tener una prueba de concepto de la posibilidad de simplificar la parametrización del modelo expo-lineal bajo condiciones controladas. El objetivo no es parametrizar el modelo bajo condiciones de aplicaciones en cuencas hidrográficas, sino plantear un esquema que relacione los parámetros con los tipos de suelo y la cobertura de la vegetación. Por las razones discutidas, el experimento no consistió en un diseño clásico de respuestas hidrológicas sujetas a cambios en la pendiente e intensidades de precipitación. La pendiente y la intensidad de precipitación se dejó fija.

El experimento se realizó con un simulador de lluvias tipo Morín (Morin *et al.*, 1967) en el Colegio de Postgraduados (Montecillo, Estado de México, México). Se utilizaron cinco suelos de diferente textura (cuyas características se muestran en el Cuadro 1), tres de ellos representativos de los grupos hidrológicos B, C y D del método del Número de Curva (SCS, 1972) y dos de texturas intermedias, que para mayor facilidad se identificaron con las letras E y F.

**Cuadro 1. Caracterización de los suelos utilizados.**

Suelo	Grupo hidrológico	pH	CE	Arena	Limo	Arcilla
			dS m <sup>-1</sup>	-----	%	-----
1	B	7.8	2.69	64	19	17
2	C	7.9	0.71	44	19	37
3	D	8.1	1.02	30	25	45
4	E	7.7	3.46	54	23	23
5	F	7.9	1.60	40	41	19

Los suelos se acomodaron, dentro del área del simulador, en lotes de escurrimento de 30 × 50 × 12 cm (Figura 5) de acuerdo con el siguiente procedimiento:

a. Se colocó una malla de fierro en los orificios de salida de infiltración de cada lote y enseguida una capa de grava de 2 cm de espesor.

b. Sobre la grava se extendió una tela permeable y encima de esta una capa de gravilla de 2 cm de espesor.

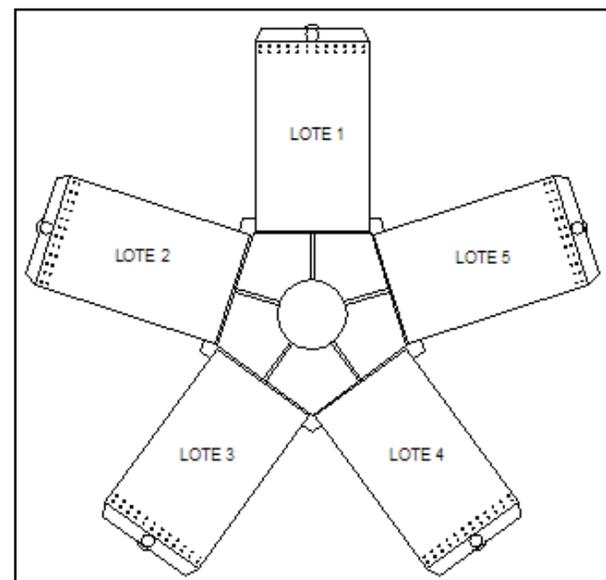
c. Se colocó otra tela permeable y enseguida el suelo de acuerdo con el orden que se muestra en el Cuadro 1.

d. Se procuró compactar suavemente la superficie del suelo en los lotes para dejarla al nivel de la salida del escurrimento.

e. Sobre el suelo compactado se realizaron cavidades para colocar las plantas del sistema a simular. Para el caso de matorral se utilizó la especie *Eysenhardtia polystachya* (Palo dulce) y para el pastizal *Bouteloua gracilis* (Pasto navaja).

f. La simulación de cada sistema se hizo con cada uno de los suelos del Cuadro 1 y con diferentes coberturas (que se muestran en la Figura 6).

Una vez que se colocaron las plantas se procedió a humedecer el suelo por capilaridad hasta llevarlo a capacidad de campo (para el caso del suelo desnudo esto se hizo después de la compactación) y enseguida se inclinaron los lotes con una pendiente de 3%.



**Figura 5. Disposición de lotes dentro del área del simulador.**

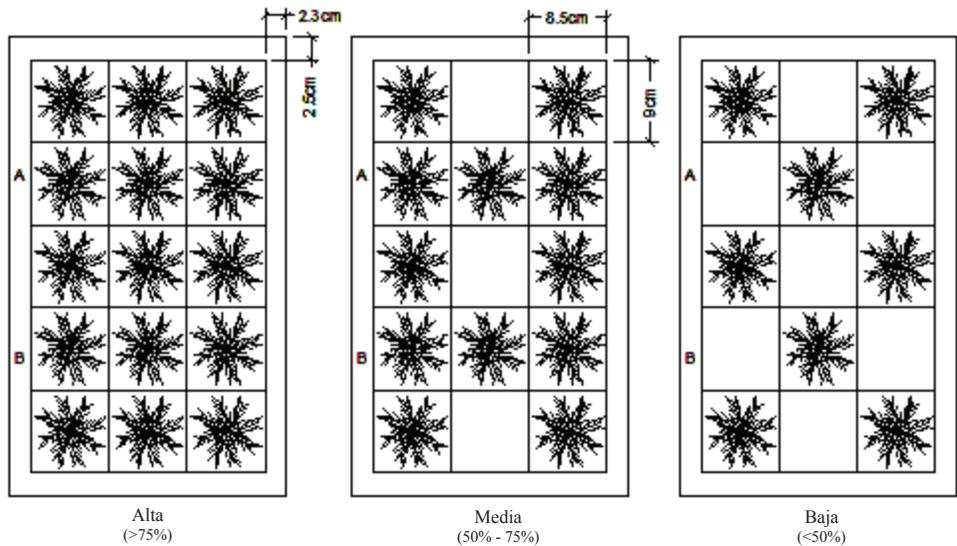


Figura 6. Coberturas para los sistemas pastizal y matorral.

A continuación se aplicó el evento de lluvia durante una hora (con intensidad de 100 mm hr<sup>-1</sup>) y se midió en cada lote el escurrimiento y la infiltración a intervalos de 5 minutos.

Para cada lote se estimó la cobertura aérea de las plantas, a partir fotografías digitales tomadas a nadir y utilizando un proceso de clasificación supervisada.

Debido a problemas de posicionamiento de los matorrales dentro de los lotes de escurrimiento (follaje fuera del lote), los datos de este tipo de vegetación no están considerados en lo siguiente.

En el presente trabajo se analizan únicamente los resultados obtenidos en las simulaciones de pastizal y suelo desnudo, para el caso de los suelos 2, 4 y 5 del Cuadro 1. Los suelos 1 y 3 no fueron considerados por tener patrones muy cercanos a los analizados.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Patrones de las Variables Hidrológicas Medidas

En la Figura 7 se muestran los patrones temporales de escurrimiento e infiltración (acumulada) obtenidos de la simulación con suelo desnudo (suelos 2, 4 y 5).

En la Figura 8 se muestran los patrones temporales del escurrimiento e infiltración (acumulados) obtenidos de la simulación con pastizal (suelos 2 y 4), así como la variación de estos patrones con relación a las coberturas consideradas (S = suelo desnudo, M = cobertura baja o mala, R = cobertura media o regular y B = cobertura alta o buena). En el Cuadro 2 se muestran los valores estimados de las diferentes condiciones de cobertura aérea (COB) de la vegetación. Se puede

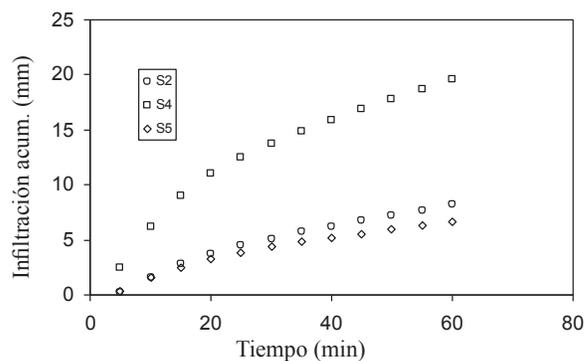
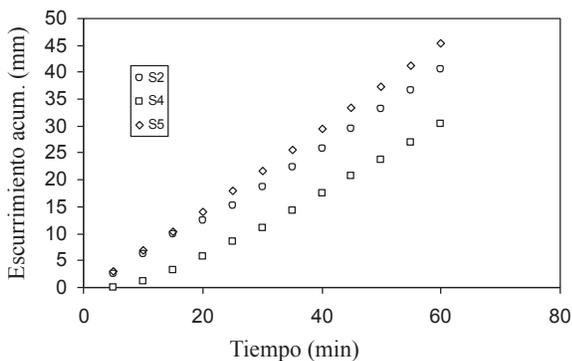


Figura 7. Patrones temporales del escurrimiento y precipitación para los suelos desnudos.

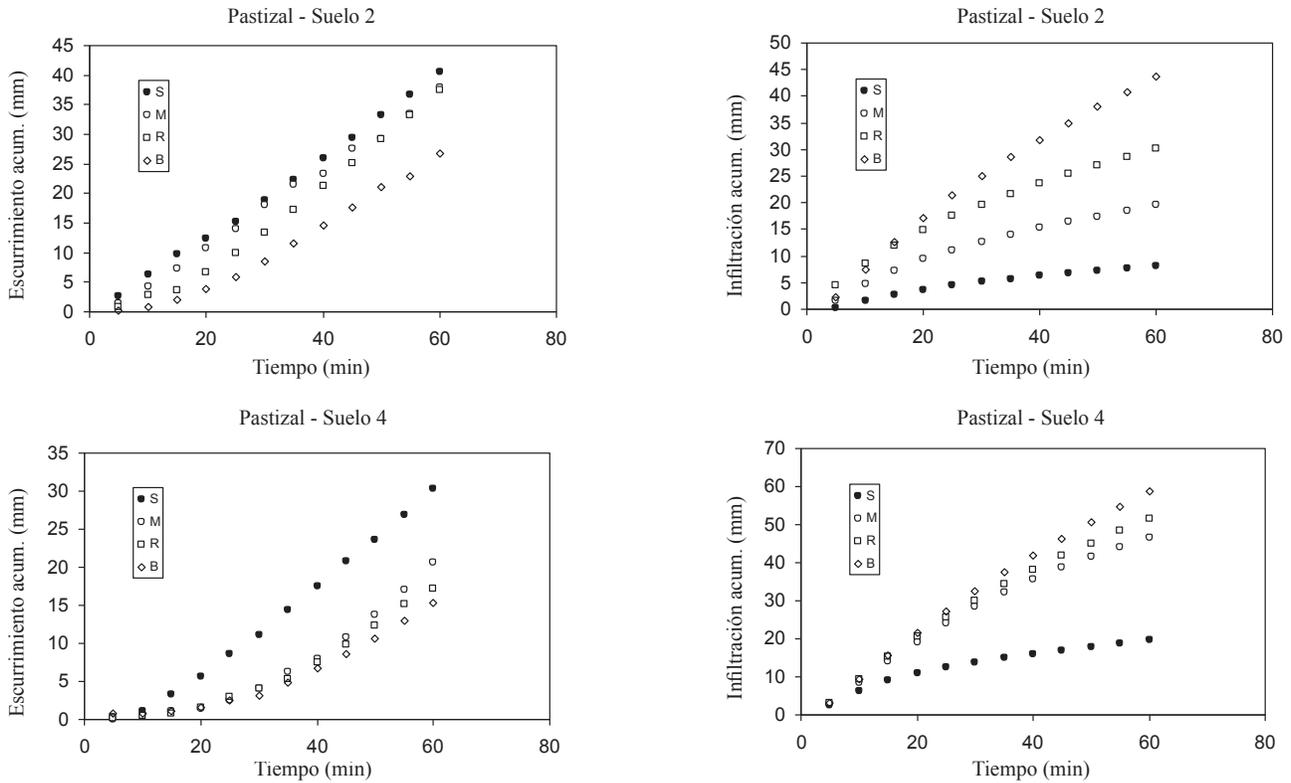


Figura 8. Patrones del escurrimiento y la infiltración para diferentes niveles de cobertura aérea de la vegetación para el suelo 2 y 4.

observar en la Figura 8 que la vegetación mejora la respuesta hidrológica de los lotes de escurrimiento (a mayor cobertura aumenta la infiltración y disminuye el escurrimiento). En algunos de los casos mostrados

en la Figura 8, los incrementos en la cobertura aérea (mismas dimensiones de altura y cobertura individual de las plantas) no se aprecian en la respuesta hidrológica y los valores para incrementos de coberturas están muy cercanos entre si, mostrando un efecto de contribuciones marginales de la cobertura de la vegetación.

Cuadro 2. Resultados del ajuste genérico del modelo expo-lineal.

Suelo	Cobertura <sup>†</sup>	COB	r	C	P <sub>b</sub>
		%			
2	S	0.0	0.126	0.420	4.4
	M	28.4	0.303	0.393	5.8
	R	45.8	0.092	0.487	23.5
	B	69.8	0.113	0.360	26.7
4	S	0.0	0.148	0.373	19.6
	M	34.5	0.064	0.433	53.5
	R	53.0	0.069	0.322	46.4
	B	63.7	0.057	0.312	52.1
5	M	46.1	0.150	0.550	8.8
	R	60.3	0.120	0.530	16.5
	B	63.0	0.099	0.460	18.1

<sup>†</sup> S = suelo desnudo; M = cobertura mala; R = cobertura regular; B = cobertura buena.

### Ajuste del Modelo Expo-Lineal: Caso Genérico

En la Figura 9 se muestran los patrones *P-Q* de las simulaciones realizadas con pastizal y suelos 2 y 4).

Para establecer la relación entre *P* y *Q*, se asumió que las curvas generadas durante el evento de precipitación simulado se pueden usar como equivalentes a muchos eventos de precipitación que partían de una condición antecedente de escurrimiento. Esto es razonable si consideramos que la condición inicial del suelo fue a capacidad de campo.

Independientemente de las limitaciones de este ejercicio de validación del modelo expo-lineal, los patrones *P-Q* medidos permiten realizar una primera aproximación de la congruencia del modelo propuesto y permiten establecer guías generales para su calibración posterior en experimentos más específicos a este fin.

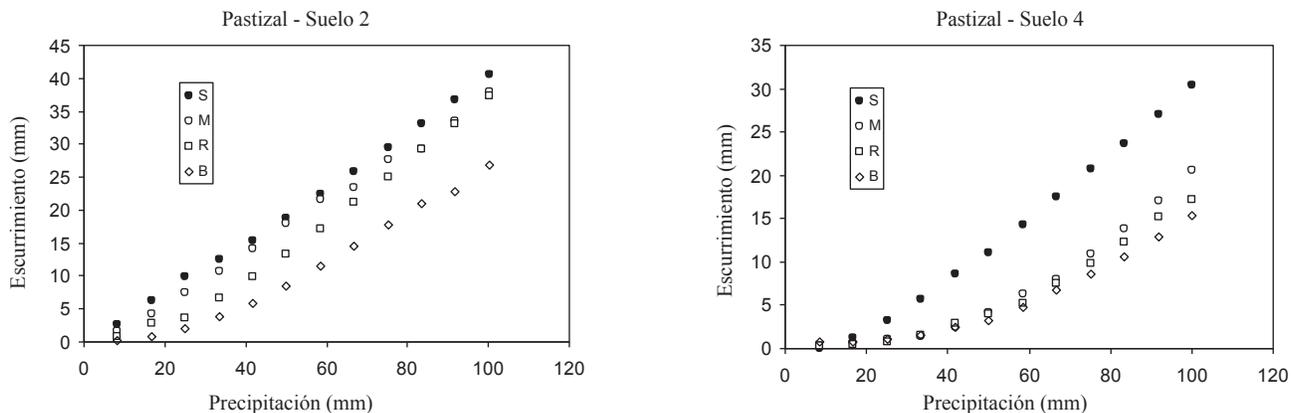


Figura 9. Patrones P-Q del suelo 2 y 4 para diferentes niveles de cobertura de pastos.

En el Cuadro 2 se muestran los parámetros ajustados del modelo expo-lineal usando un proceso de regresión no lineal minimizando el error cuadrático medio de estimación. Los resultados obtenidos son puramente empíricos y corresponden al mejor ajuste estadístico.

En la Figura 10 se muestran en forma global el resultado de los ajustes estadísticos genéricos del modelo expo-lineal a las diferentes condiciones de cobertura aérea de pastos para los suelos 2, 4 y 5. Se observa de esta figura que el modelo expo-lineal ajustado tiene excelentes resultados para representar las diferentes condiciones hidrológicas simuladas.

**Ajuste del Modelo Expo-Lineal: Caso Paramétrico**

Con el objetivo de desarrollar una metodología que permita parametrizar el modelo expo-lineal en función de un solo parámetro (cobertura de la vegetación o COB y tipo de suelo), en un formato similar al método del

NC, se procedió al ajuste de los datos experimentales a través de un proceso de prueba y error bajo las siguientes consideraciones:

Se dejó fijo el valor del parámetro *r* para cada tipo de suelo analizado, bajo la hipótesis de que el tipo de suelo y su respuesta hidráulica se asocian con *r*. Para esto se utilizaron los patrones de infiltración y escurrimiento acumulado de la Figura 7 y las estimaciones del Cuadro 2. En el Cuadro 3 se muestran los valores de *r* utilizados, los cuales se dejaron fijos al ajustar el modelo expo-lineal (parámetros *C* y *P<sub>b</sub>*).

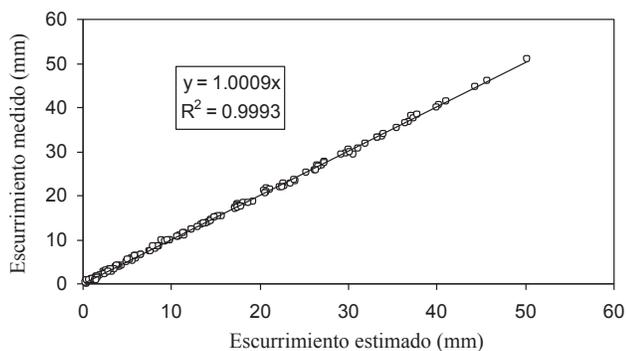


Figura 10. Ajuste estadístico global del modelo expo-lineal genérico a las simulaciones.

Cuadro 3. Resultados del ajuste paramétrico del modelo expo-lineal.

Suelo	Cobertura†	COB	r	C	P <sub>b</sub>
		%			
2	S	0.0	0.100	0.560	16.0
	M	28.4	0.100	0.490	18.5
	R	45.8	0.100	0.440	20.0
	B	69.8	0.100	0.360	23.0
4	S	0.0	0.064	0.525	38.5
	M	34.5	0.064	0.400	48.5
	R	53.0	0.064	0.350	51.5
5	B	63.7	0.064	0.310	55.0
	M	46.1	0.150	0.550	13.0
	R	60.3	0.150	0.500	16.0
	B	63.0	0.150	0.460	17.0

† S = suelo desnudo; M = cobertura mala; R = cobertura regular; B = cobertura buena; COB = cobertura de la vegetación; r = tasa relativa de cambio; C = tasa máxima de cambio; P<sub>b</sub> = precipitación cuando Q = 0.

Las estimaciones de  $C$  y  $P_b$  se realizaron bajo el supuesto de una relación lineal con la cobertura aérea de la vegetación.

La relación entre  $C$  y  $P_b$  fue forzada a una del tipo  $C = 1.0 - mP_b$ , para considerar el caso de un patrón solo lineal con origen en  $(0, 0)$  del modelo expo-lineal. El valor de 1.0 se usó como el límite de un proceso hidrológico ( $Q = P$ ), independientemente que en el experimento este valor no fue alcanzado, que define el valor máximo teórico que el modelo puede asumir. En el Cuadro 3 se muestran los resultados obtenidos del proceso de ajuste del modelo expo-lineal discutido y en la Figura 11 se presentan los ajustes globales del modelo para las diferentes condiciones hidrológicas asociadas a los suelos 2, 4 y 5.

En lo general, el ajuste del modelo expo-lineal paramétrico mostrado en la Figura 11 es satisfactorio, si consideramos que fue parametrizado solo en función de la COB. La Figura 12 muestra las relaciones entre  $C$  y  $P_b$  y la COB utilizadas para la Figura 11.

En la Figura 13 se muestra la relación  $P_b$ - $C$  para los suelos 2, 4 y 5, para diferentes niveles de la cobertura aérea de la vegetación, donde las regresiones fueron forzadas a pasar por  $C = 1$  cuando  $P_b = 0.0$ .

Los desarrollos mostrados permiten parametrizar el modelo expo-lineal en función del tipo de suelo (hidrológico) y de la cobertura de la vegetación, en forma similar al caso del método del NC. Otros parámetros a considerar, como la pendiente del terreno y el escurrimiento antecedente siguen los mismos lineamientos que en el método del NC.

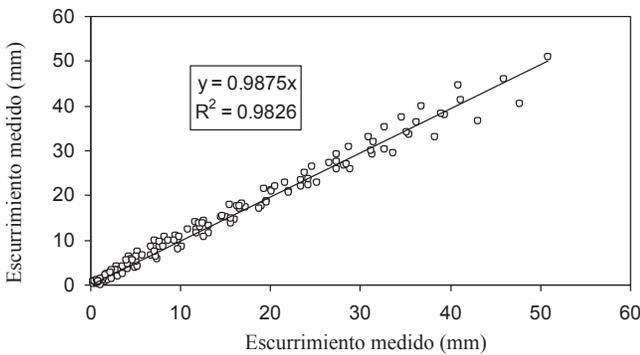


Figura 11. Ajuste estadístico global del modelo expo-lineal paramétrico a las simulaciones.

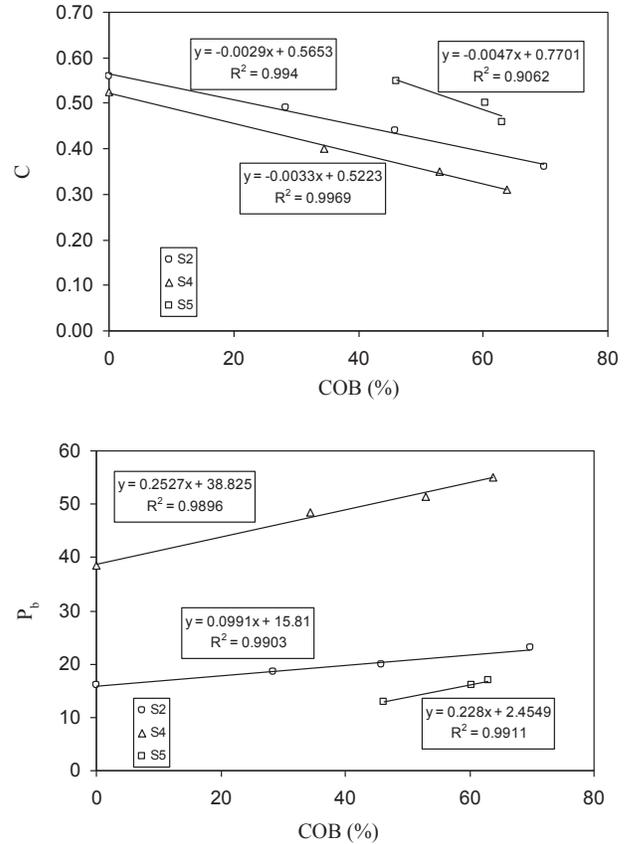


Figura 12. Relaciones entre  $C$  y  $P_b$  con COB para las simulaciones realizadas.  $C$  = tasa máxima de cambio;  $P_b$  = precipitación cuando  $Q = 0$ .

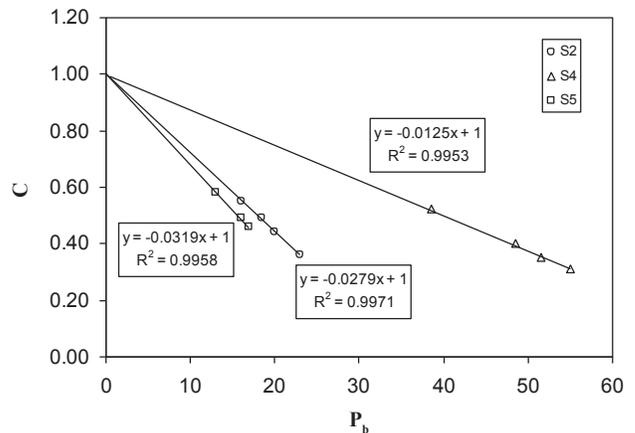


Figura 13. Relación entre  $P_b$  y  $C$  para las simulaciones realizadas.  $P_b$  = precipitación cuando  $Q = 0$ ;  $C$  = tasa máxima de cambio.

## CONCLUSIONES

- Usando el método del NC como paradigma de desarrollo de un esquema operacional hidrológico, se han analizado las hipótesis intrínsecas de este método y sus implicaciones, para discutir un nuevo modelo de la relación precipitación-escorrimento. El modelo expo-lineal analizado caracteriza en forma adecuada los patrones observados entre precipitación (P) y escurrimiento (Q), tanto a nivel de fases únicas como combinadas.
- Usando el marco teórico de la hidrológica de área parcial, se han presentado los fundamentos teóricos del modelo expo-lineal en un formato más o menos general, para sustentar las aplicaciones derivadas de este modelo.
- El modelo expo-lineal fue validado en términos genéricos usando datos de un experimento con un simulador de lluvias tipo Morin, con diferentes tipos hidrológicos del suelo y coberturas aéreas de pastos en los lotes del escurrimiento. Los resultados de los ajustes del modelo en términos genéricos resultaron buenos.
- En el contexto de desarrollar un modelo simplificado que solo requiera un parámetro para su calibración, los datos experimentales del simulador de lluvias fueron usados para derivar relaciones entre los parámetros C (tasa máxima de cambio) y  $P_b$  (precipitación cuando  $Q = 0$ ) con la cobertura aérea de la vegetación, dejando fijo el parámetro r (tasa relativa de cambio) como dependiente del tipo hidrológico del suelo. Los resultados obtenidos son satisfactorios y muestran que solo se requiere un parámetro C o  $P_b$  (el otro se estima de la relación entre ambos). Así, el esquema desarrollado, en una primera aproximación, permite plantear la modelación de la relación precipitación-escorrimento en términos teóricamente sólidos y con flexibilidad empírica en los ajustes experimentales.
- Para poder generalizar los desarrollos mostrados en este trabajo, es necesario continuar con una estrategia experimental de validación genérica que permita establecer relaciones funcionales en términos de diferentes escalas de observación (lotes de escurrimiento en laboratorio y campo, cuencas pequeñas, etc.). Esto será explorado en publicaciones posteriores de experimentos del grupo de investigación.

## LITERATURA CITADA

- Beven, K. J. and M. J. Kirkby. 1979. A physically based variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrol. Sci. Bull.* 24: 43-69.
- Fennessey, L. A. J. and R. H. Hawkins. 2001. The NRCS curve number, a new look at an old tool. *Proceedings of the 2001 Pennsylvania Stormwater Management Symposium, Re-thinking Comprehensive Stormwater Management – Integrating Quality, Volume and Peak Controls.* Villanova, PA, USA.
- Ferrandino, F. J. 1989. Spatial and temporal variation of a defoliating plant disease and reduction in yield. *Agric. For. Meteorol.* 47: 273-289.
- Fogel, M. M. and L. Duckstein. 1970. Prediction of convective storm runoff in semi-arid regions. *Proceedings of the IAHS-UNESCO Symposium on the Results of Research on Representative and Experimental Basins.* Wellington, New Zealand. Available from: *Pub. Int. Assoc. Sci. Hydrol.* 96: 465-478.
- Goudriaan, J. and H. H. Van Laar. 1994. *Modelling potential crop growth processes. Textbook with exercises. Current Issues in Production Ecology.* Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Netherlands.
- Hawkins, R. H. 1979. Runoff curve numbers for partial area watersheds. *J. Irrig. Drain. Div. Am. Soc. Civ. Eng.* 105: 375-389.
- Hawkins, R. H. 1993. Asymptotic determination of runoff curve numbers from data. *J. Irrig. Drain. Eng.* 119: 334-445.
- Kirkby, M. J. and N. J. Cox. 1995. A climatic index for soil erosion potential (CSEP) including seasonal and vegetation factors. *Catena* 25: 333-352.
- Kirkby, M. J., Y. Lebissonais, T. J. Coulthard, J. Daoussin, and M. D. McMahon. 2000. The development of land quality indicators for soil degradation by water erosion. *Agric. Ecosyst. Environ.* 81: 125-136.
- López, E., F. Paz, M. Martínez, J. D. Ríos y M. Bolaños. 2011. Uso de sensores remotos en la modelación de la relación precipitación-escorrimento. *Terra Latinoamericana* 29: 287-298.
- Mishra, S. K. and V. P. Singh. 1999. Another look at SCS-CN method. *J. Hydrol. Eng. ASCE* 4: 257-264.
- Mishra, S. K., M. K. Jain, P. K. Bhunya, and V. P. Singh. 2005. Field applicability of the SCS-CN-based Mishra-Singh general model and its variants. *Water Resour. Manage.* 19: 37-62.
- Mishra, S. K., R. K. Sahu, T. I. Eldho, and M. K. Jain. 2006. A generalized relation between initial abstraction and potential maximum retention in SCS-CN based model. *Int. J. River Basin Manage.* 4: 245-253.
- Mockus, V. 1949. Estimation of total (and peak rates of) surface runoff for individual storms: Exhibit A, appendix B, Interim Survey Report, Grand (Neosho) River Watershed. US Department of Agriculture, Washington, DC, USA.
- Morin, J., D. Goldberg, and I. Seginer. 1967. Rainfall simulator with rotating disk. *Trans. ASAE* 10: 0074-0077. doi: 10.13031/2013.39599.

- Neitsch, S. L., J. G. Arnold, J. R. Kiniry, J. R. Williams, and K. W. King. 2002. Soil and water assessment tool theoretical documentation, version 2000, TWRI Report TR- 191. Texas Water Resources Institute. College Station, TX, USA.
- NRCS-USDA (Natural Resources Conservation Service-United States Department of Agriculture). 2004. Chapter 10. Estimation of direct runoff from storm rainfall. Part 630 National Engineering Handbook. Washington, DC, USA.
- Paz, F. 2009. Mitos y falacias del método hidrológico del número de curva del SCS/NRCS. *Agrociencia* 43: 521-528.
- Paz, F., M. I. Marín y M. Martínez. 2013. Modelo expo-lineal de la precipitación-escorrimento en lotes experimentales de largo plazo en cultivos de maíz. *Tecnol. Cienc. Agua* 4: 85-97.
- Ponce, V. M. 1996. Notes of my conversation with Vic Mockus. [http://www.wsi.nrcs.usda.gov/products/W2Q/H&G/tech\\_info/mockus.html](http://www.wsi.nrcs.usda.gov/products/W2Q/H&G/tech_info/mockus.html) (Consulta: octubre 20, 2007).
- SCS-USDA (Soil Conservation Service-United States Department of Agriculture). 1972. Chapter 4: Storm rainfall depth. Part 630 Hydrologic Engineering. National Engineering Handbook. Washington, DC, USA.
- SCS-USDA (Soil Conservation Service-United States Department of Agriculture). 1986. Urban hydrology for small watersheds. TR 55. Washington, DC, USA.
- Sharpley, A. N. and J. R. Williams. 1990. EPIC – Erosion/Productivity Impact Calculator. 1. Model documentation. USDA Technical Bulletin No. 1768. Washington, DC, USA.
- Whipkey, R. Z. 1965. Subsurface stormflow from forested slopes. *International Assoc. Sci. Hydrol. Bull.* 10: 74-85. doi: 10.1080/02626666509493392.